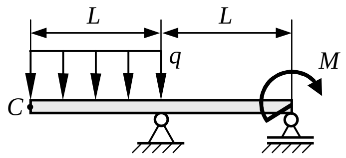
ПРЕМЕСТВАНИЯ И ЗАВЪРТАНИЯ В РАВНИННИ ЕЛАСТИЧНИ СИСТЕМИ, СЪСТАВЕНИ ОТ ГРЕДИ И ПРЪТИ

ЗАДАЧА № 2
НАМИРАНЕ НА ПРЕМЕСТВАНЕ ПО НАПРАВЛЕНИЕ, ПО КОЕТО В ТОЧКАТА НЯМА СЪСРЕДОТОЧЕНА СИЛА

УСЛОВИЕ:



Да се намери вертикалното преместване в точка C.

Дадено е:

q; $M = qL^2/2$; L; EI = const.

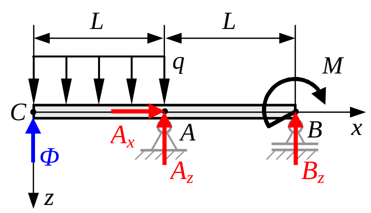
РЕШЕНИЕ:

В точка C по направление на търсеното преместване няма съсредоточена сила.

1. **Прилага се фиктивна сила Φ** в точка C, по вертикално направление (виж следващата схема).
2. **Теорема на Кастиляно за конкретния случай.** Гредата има два участъка с дължина L. Във всеки участък ще възникнат вътрешните усилия Q_z и M_y, от които се отчита само M_y, т.е.

$$\delta_{C,z} = \frac{\partial U}{\partial \Phi} = \int_{L_1} \frac{M_{y1}}{EI_{y1}} \frac{\partial M_{y1}}{\partial \Phi} dx + \int_{L_2} \frac{M_{y2}}{EI_{y2}} \frac{\partial M_{y2}}{\partial \Phi} dx. \qquad (1)$$

Необходимо е да се определят M_{y1}, M_{y2} и техните производни спрямо Φ.



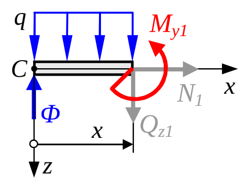
3. Опорни реакции във функция на Φ.

$\sum x_i = 0$: $\qquad A_x = 0.$

$\sum M_{Ai} = 0$: $\quad B_z L - \Phi L - M + qL^2/2 = 0; \qquad B_z = \Phi.$

$\sum M_{Bi} = 0$: $\quad A_z L + \Phi.2L + M - 3qL^2/2 = 0; \qquad A_z = qL - 2\Phi.$

Проверка: $\sum z_i = 0$: $\quad A_z + B_z + \Phi - qL = qL - 2\Phi + \Phi + \Phi - qL = 0 \Rightarrow$ *вярно.*

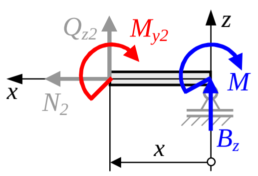


4. Вътрешни усилия във функция на Φ и производни.

4.1. I участък (CA), лява част, $x \in [0; L] \rightarrow$

$\sum M_{yi} = 0$: $\quad M_{y1} + qx^2/2 - \Phi.x = 0; \qquad M_{y1} = \Phi.x - qx^2/2;$

$\partial M_{y1}/\partial \Phi = x.$



4.2. II участък (AB), дясна част, $x \in [0; L] \leftarrow$

$\sum M_{yi} = 0$: $\quad M_{y2} + M - B_z.x = 0; \qquad M_{y2} = \Phi.x - qL^2/2;$

$\partial M_{y2}/\partial \Phi = x.$

5. **Заместване в (1) и буквено решение.**

$$\delta_{C,z} = \frac{1}{EI_y}\int_0^L M_{y1}\frac{\partial M_{y1}}{\partial F}dx + \frac{1}{EI_y}\int_0^L M_{y2}\frac{\partial M_{y2}}{\partial F}dx = \frac{1}{EI_y}\int_0^L\left(-\frac{qx^2}{2}\right)x\,dx + \frac{1}{EI_y}\int_0^L\left(-\frac{qL^2}{2}\right)x\,dx;$$

$$\delta_{C,z} = \frac{1}{EI_y}\left[\int_0^L\left(-\frac{q}{2}x^3\right)dx + \int_0^L\left(-\frac{qL^2}{2}\right)xdx\right] = \frac{1}{EI_y}\left[-\frac{q}{2}\frac{L^4}{4} - \frac{qL^2}{2}\frac{L^2}{2}\right];$$

$$\delta_{C,z} = -\frac{3}{8}\frac{qL^4}{EI_y}.$$