ЧИСТО УСУКВАНЕ
НА ГРЕДИ С КРЪГОВО НАПРЕЧНО СЕЧЕНИЕ:

ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ ЗА РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧИ

I. Опорни реакции

При статично определимите греди, подложени на чисто усукване, може да има максимум една опора. Ако означим тази опора като B, то опорната реакция в нея се означава като M_{xB} и се определя от следното условие за статично равновесие:

$$\sum M_{xi} = 0,$$

където с M_{xi} са означени всички товари около ос x. В общия случай тези товари са n на брой: $i = 1$ .. n.

II. Вътрешни усилия

1. Гредата се разделя на участъци

За граници на участъци служат:

- краищата на гредата, ако в тях има товар или опора;
- местата на прилагане на съсредоточени усукващи моменти M_{yci}, ако има такива;
- сеченията, служещи за начало и край на разпределени усукващи моменти $m_{xi}(x)$, ако има такива.

2. Последователно по участъци се съставя уравнението на вътрешното усилие $M_x(x)$.

- Използва се метод на сечението. За всеки участък се записва условието за статично равновесие

  $$\sum M_{xi} = 0,$$

  в което участва неизвестното вътрешно усилие $M_x(x)$;
- Пресмятат се стойностите на $M_x(x)$ в границите на участъци.
- Ако $M_x(x)$ е квадратна парабола (или полином от степен $n \geq 2$), функцията $M_x(x)$ се изследва за екстремуми – определят се местата и стойностите на екстремумите.

3. Построява се диаграмата на вътрешното усилие $M_x(x)$.

- Спазват се правилата за построяване на диаграми на вътрешните усилия, по отношение на: посока, знак, щриховка, надпис, мерна единица, характерни стойности.
- Извършва се проверка на диаграмите: за скокове, за вид на кривите.

III. Вид съпротива

Ако във всички напречни сечения на гредата само вътрешното усилие $M_x(x) \neq 0$, в решението се записва следният текст:

Във всички напречни сечения само $M_x(x) \neq 0$, следователно гредата е подложена на чисто усукване.

IV. Застрашени сечения

Ако гредата е подложена на чисто усукване, застрашени са сеченията с max M_x. За греди, съставени от части с различни напречни сечения, застрашени сечения се търсят за всяка част по отделно.

Например, ако max M_x се получава в сечение B, в решението се изписва следният текст:

Застрашено е сечение B, с max Mx = …kN.m.

V. Застрашени точки

При чисто усукване в кръгово сечение застрашени са точките от периметъра на сечението. В тях възникват максимални тангенциални напрежения *max* τ_{yc}.

Например, ако застрашеното сечение е B, в решението се изписва следният текст:

Застрашени са точките от периметъра на сечение B, в които се получава max τ_{yc}.

VI.Якостно пресмятане

Записва се якостното условие за чисто усукване на кръгово сечение:

$$\left|\max \tau_{ус}\right| = \frac{\left|\max M_x\right|}{W_C} \le \tau_{доп}.$$

- <u>за плътен кръг</u> с диаметър d: $W_C = \dfrac{\pi d^3}{16}$;
- <u>за пръстен</u> с външен диаметър D и вътрешен диаметър d: $W_C = \dfrac{\pi D^3}{16}\left(1-\alpha^4\right)$; $\alpha = \dfrac{d}{D}$.

  Якостното пресмятане зависи от вида на задачата (оразмеряване, допустим товар, якостна проверка).

1. Ако задачата е за оразмеряване, от якостното условие се определя диаметърът d (или D), който е единствено неизвестно. При пръстеновидното сечение се използва също връзката $\alpha = d/D$.

Обикновено d (или D) се закръгляват до цял милиметър, към *по-голяма* стойност.

2. Ако задачата е за определяне на допустим товар, от якостното условие се определя $|\max M_x|$, който е единствено неизвестно. Тъй като диаграмата на вътрешното усилие $M_x(x)$ в този случай се строи параметрично, M_x е функция на неизвестен силов параметър – например M или m. Така този параметър може да се определи директно от якостното условие, след което чрез него се пресмятат стойностите на всички товари.

Обикновено M (или m) се закръгляват до цяло число, към *по-малка* стойност.

3. Ако задачата е за проверка, всички величини са известни от самото начало. Техните стойности се заместват в якостното условие и се проверява дали $\max \tau_{ус} \le \tau_{доп}$:

- ако $\max \tau_{ус} \le \tau_{доп}$, в решението се записва следният текст:

  гредата ще издържи на зададеното натоварване.
- ако $\max \tau_{ус} > \tau_{доп}$, но $((\max \tau_{ус} - \tau_{доп})/\tau_{доп}).100 \le 5\%$, в решението се записва следният текст:

  гредата ще издържи на зададеното натоварване.
- ако $\max \tau_{ус} > \tau_{доп}$ и $((\max \tau_{ус} - \tau_{доп})/\tau_{доп}).100 > 5\%$, в решението се записва следният текст:

  гредата няма да издържи на зададеното натоварване.

VII. Деформационно пресмятане

Ако е зададена допустимата относителна ъглова деформация (например $\theta_{доп}°$, с мерна единица °/m), се извършва деформационно пресмятане.

Записва се деформационното условие за чисто усукване на кръгово сечение:

$$\theta° = \frac{\left|\max M_x\right|}{GI_C}\frac{180}{\pi} \le \theta_{доп}°;$$

- <u>за плътен кръг</u> с диаметър d: $I_C = \dfrac{\pi d^4}{32}$.
- <u>за пръстен с външен диаметър D и вътрешен диаметър d</u>: $I_C = \dfrac{\pi D^4}{32}\left(1-\alpha^4\right)$; $\alpha = \dfrac{d}{D}$.

1. Ако задачата е за оразмеряване, от деформационното условие се определя диаметърът d (или D), който е единствено неизвестно. При пръстеновидното сечение се използва също връзката $\alpha = d/D$.

Обикновено d (или D) се закръгляват до цял милиметър, към *по-голяма* стойност.

2. Ако задачата е за определяне на допустим товар, от деформационното условие се определя $|\max M_x|$, който е единствено неизвестно. Тъй като диаграмата на вътрешното усилие $M_x(x)$ в този случай се строи параметрично, M_x е функция на неизвестен силов параметър – например M или m. Така този параметър може да се определи директно от якостното условие, след което чрез него се пресмятат стойностите на всички товари.

Обикновено M (или m) се закръгляват до цяло число, към *по-малка* стойност.

3. Ако задачата е за проверка, всички величини са известни от самото начало. Техните стойности се заместват в деформационното условие и се проверява дали max $\theta° \leq \theta_{доп}°$:

- ако max $\theta° \leq \theta_{доп}°$, в решението се записва следният текст:

  гредата ще издържи на зададеното натоварване.

- ако max $\theta° > \theta_{доп}°$, но ((max $\theta° - \theta_{доп}°$)/ $\theta_{доп}°$).100 ≤ 5%, в решението се записва следният текст:

  гредата ще издържи на зададеното натоварване.

- ако max $\theta° > \theta_{доп}°$ и ((max $\theta° - \theta_{доп}°$)/ $\theta_{доп}°$).100 > 5%, в решението се записва следният текст:

  гредата няма да издържи на зададеното натоварване.

VIII. Обобщаване на резултатите

Извършва се само ако са направени както якостно, така и деформационно пресмятане:

- **ако задачата е за оразмеряване**, се избира *по-големият размер* от стойностите, получени при двете пресмятания;
- **ако задачата е за допустим товар**, се избира *по-малката стойност на товара* от стойностите, получени при двете пресмятания;
- **ако задачата е за проверка** се прави извод, че *гредата ще издържи на натоварването*, ако издържа и при двете пресмятания; в противен случай се прави извод, че *гредата няма да издържи на натоварването*.

IX. Диаграми на напреженията в застрашените сечения

Ако задачата е за оразмеряване или за определяне на допустим товар, се пресмятат действителните стойности на max τ_{yc}, като се използва якостното условие и приетите стойности на размерите или товарите. Ако задачата е за проверка, max τ_{yc} е получено в точка VI. Ако е работено правилно, действителните стойности на max τ_{yc} трябва да се получат близки до допустимите.

Изчертават се диаграмите на напреженията в застрашените сечения, като се включват всички необходими елементи: щриховано сечение, централна координатна система; означен M_x с неговата посока, диаграма на max τ_{yc} по посока на M_x (щрихована със стрелки), означени стойности на max τ_{yc} върху диаграмата.

X. Абсолютни деформации

Пресмятат се само ако изрично в условието на задачата е указано между кои две сечения да се определи абсолютната ъглова деформация.

За греда с n участъка, всеки с дължина L_i, ($i = 1$ .. n):

- ако за i-тия участък $M_{xi}(x)$ = const, то: $\varphi_i = \dfrac{M_{x_i} L_i}{GI_{C_i}}$.
- ако за i-тия участък $M_{xi}(x) \neq$ const, то: $\varphi_i = \int\limits_{L_i} \dfrac{M_{x_i}(x)}{GI_{C_i}} dx$;

Завъртането на крайното ляво спрямо крайното дясно сечение на вала φ (в радиани) е сума от φ_i за всички участъци:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \sum_{i=1}^{n} \int\limits_{L_i} \frac{M_{x_i}(x)}{GI_{C_i}} dx.$$